

知识中不同否定关系的一种逻辑描述^{*}

潘正华

江南大学理学院, 数理研究所, 无锡 214122

摘要 提出知识中的否定关系应当区分为矛盾否定关系和对立否定关系。从概念层面上确立了清晰性知识和模糊性知识中存在的 5 种矛盾否定关系与对立否定关系(CDC, CFC, ODC, OFC, ROM)及其形式定义;发现具有对立否定关系的概念中存在规律:对立否定概念之间存在中介对象(新的模糊概念),当且仅当对立否定概念是模糊概念;并且运用中介谓词逻辑 MF 与其无穷值模型 Φ ,研究了矛盾否定概念和对立否定概念在真值域 $[0, 1]$ 上的真值描述及其规律,给出了知识中的 5 种矛盾否定和对立否定关系的处理条件;讨论了现有的数学与逻辑理论刻画和处理这些关系的不足及原因。

关键词 知识的否定 知识中的矛盾否定和对立否定关系 中介谓词逻辑 中介谓词逻辑的无穷值模型

在知识表示与知识推理等研究中,对于知识中的否定的认识和处理一直以经典逻辑为基础.随着知识处理研究的发展,近年来一些学者主张知识处理领域中需要两种否定.自 1991 年, Wagner 等认为,在知识推理、自然语言、逻辑程序设计(Prolog)、语义网(Semantic Web)、命令式程序语言(如 Java)、数据库查询语言(如 SQL)、模型语言(如 UML/OCL)、产生式规则系统(如 CLIPS 和 Jess)等领域中,从逻辑观点看,否定是一个非清晰的概念,提出在所有这些计算信息处理系统中区分强否定(strong negation)表示明确的假(explicit falsity)和弱否定(weak negation)表示非真(non-truth)^[1-9]. 2005 年, Kaneiwa 在描述逻辑中主张两种否定,从而提出一个带有经典否定和强否定的扩展的描述逻辑 ALC^- ,他坚持用谓词否定(例如, not happy)和谓词项否定(例如, unhappy)描述 contraries, contradictories 以及 subcontraries 概念,为了获得这些概念,他们期望形式化后能够提供一个改进的语义,其适合解释经典否定与强否定的各种结合,从而表明这种语义对 ALC^- 中的概念

保持矛盾性(contradictoriness)和反对性(contrarieness)^[7]. 2006 年, Ferré 提出一种认识的扩充,既基于模态逻辑 AIK(All I Know)的一种逻辑转化运用在逻辑概念分析 LCA(logical concept analysis)的框架中.其目的是考虑在一个唯一的形式化中区分否定、对立以及可能性,而且这种认识的扩充不需要失去 LCA 的普遍性^[8]. 2006 年,潘正华对不相容知识中的矛盾性提出一种新的认识,主张区分不相容知识中的矛盾关系和对立关系,认为在清晰知识和模糊知识的否定中包括了矛盾否定和对立否定^[9-11].关于知识的否定的各种认识与处理的研究,我们可作以下归纳比较(表 1).

表 1 关于知识 A 的否定的各种认识以及处理

	A 的否定 1	A 的否定 2	A 的其他否定
传统逻辑	否定 $\neg A$	$\times$	$\times$
模糊逻辑	否定 $\neg A$	$\times$	$\times$
Wagner	弱否定 $\neg A$	强否定 $\sim A$	$\times$
Ferré	外延否定 $\neg A$	内涵否定 $\text{mal-}A$	$\times$
Kaneiwa	经典否定 $\neg A$	强否定 $\sim A$	$\times$
潘正华	矛盾否定 $\neg A$	对立否定 $\neg A$	A 与 $\neg A$ 间模糊否定 $\sim A$

2008-04-22 收稿, 2008-06-10 收修改稿

^{*} 国家自然科学基金资助项目(批准号: 60575038)

E-mail: panzh@jiangnan.edu.cn

1 知识中的否定的概念本质

知识构成的最基本成分是概念. 概念依存于语言, 要通过语词予以表达. 由于许多事物的本质属性具有不明确性或对其描述语词的模糊性, 使得许多概念的外延具有不清晰性. 所以, 我们应当将概念区分为清晰概念(内涵明确, 外延清晰)和模糊概念(内涵明确, 外延不清晰). 反映到知识科学中, 既是知识应区分为清晰知识和模糊知识.

概念之间的关系, 在形式逻辑中是指概念外延的关系, 区分为相容关系和不相容关系. 概念 A 与 B 的不相容关系, 是指 A 与 B 两个概念外延之间没有任何一部分重合的关系(图1).



图1 不相容概念 A 与 B 的外延没有重合部分

自 Aristotle 以来, 形式逻辑将概念的不相容关系区分为矛盾关系和对立关系, 而一个概念与其否定之间的关系就是一种不相容关系. 因此, 概念与其否定之间的关系包括了矛盾否定关系和对立否定关系. 反映到知识科学中, 既是知识的否定包括了知识的矛盾否定和知识的对立否定.

1.1 概念中的 5 种矛盾否定与对立否定关系

对于一个概念与其否定之间的关系, 我们认为具有下列 5 种矛盾否定和对立否定关系:

(1) 清晰概念的矛盾否定关系 CDC (Contradictory negation relation between Distinct Concepts)

关系特征: “界限分明, 非此即彼”. 例如, “实数”这个属概念下的“有理数”与“无理数”, “颜色”这个属概念下的“白色”与“非白色”等(图2).



图2 清晰概念“白色”与其矛盾否定“非白色”的外延关系

(2) 清晰概念的对立否定关系 ODC (Opposite negation relation between Distinct Concepts)

关系特征: “界限分明, 非此即彼”. 例如, “数”这个属概念下的“正数”与“负数”, “颜色”这个属概念下的“白色”与“黑色”等(图3).



图3 清晰概念“白色”与其对立否定“非白色”的外延关系图

(3) 模糊概念的矛盾否定关系 CFC (Contradictory negation relation between Fuzzy Concepts)

关系特征: “界限不分明, 非此即彼”. 例如, “速度”这个属概念下的“快”与“不快”, “人”这个属概念下的“青年人”与“非青年人”等(图4).



图4 模糊概念“青年”与其矛盾否定“非青年”的外延关系图

(4) 模糊概念的对立否定关系 OFC (Opposite negation relation between Fuzzy Concepts)

关系特征: “界限不分明, 非此即彼”. 例如, “速度”这个属概念下的“快”与“慢”, “人”这个属概念下的“青年”与“老年”等(图5).



图5 模糊概念“青年”与其对立否定“老年”的外延关系图

在现实世界的各种知识中, 许多对立否定概念之间存在具有“中介”特征的概念, 所谓对立否定概念之间的中介概念, 即指它的对象部分地具有对立概念双方各自反映的事物的本质属性. 肯定一些对立否定概念之间有中介对象(中介概念)存在, 已作为认识论的一条基本原则. 因此, 这种中介概念是客观存在的.

我们通过对大量的对立否定知识的实例进行分析研究后发现, 在对立否定概念与中介概念的关系中存在一个规律: 如果一对对立否定概念为模糊概念, 则对立否定概念之间必然存在模糊的中介概念; 如果一对对立否定概念之间存在模糊的中介概念, 则对立否定概念一定是模糊概念.

换言之, 对立否定概念之间存在模糊的中介概念的充分必要条件是对立否定概念为模糊概念. 反映到知识科学中, 既是对立否定知识之间存在中介(新的)知识, 当且仅当对立否定知识是模糊知识.

所以, 对于对立否定概念的研究, 还需研究中介概念以及它与对立否定概念之间的关系.

(5) 对立概念与中介概念的关系 ROM (Relation between Opposite concepts and Medium concept)

关系特征: “界限不分明, 均为模糊概念”. 例如, 在对立概念“青年人”与“老年人”之间, 存在中介概念“中年人”; 在对立概念“白昼”与“黑夜”之间, 有中介概念“黎明”等(图 6).

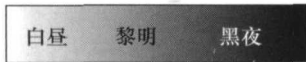


图 6 对立概念“白昼”“黑夜”与其中介概念“黎明”的外延关系图

因此, 概念与其否定之间存在 5 种矛盾关系和对立关系. 反映到知识科学中, 既是: 清晰的、模糊的知识与其否定之间存在 5 种矛盾关系和对立关系 CDC, ODC, CFC, OFC 和 ROM.

1.2 知识中的 5 种矛盾否定与对立否定关系的形式定义

既然外延为概念所反映的全部对象、概念之间的关系是概念外延的关系, 因而, 从概念的外延角度, 我们可给出一个概念与它的否定之间的 5 种矛盾否定关系与对立否定关系 CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM 的形式化定义.

定义 1 设 $U (\neq \emptyset)$ 为论域(对象域), $X (X \subseteq U)$ 为关于 U 中对象的一个概念. 对于 X , 若存在一个划分 $\xi: \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, $X_i \subseteq X$, $X_i \neq \emptyset$, $\bigcup_{i=1}^n X_i = X$, 则称 X 为 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 的属概念, $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为 X 的种概念; 其中, 若 $X_i \cap X_j = \emptyset (i \neq j, i, j=1, 2, \dots, n)$, 则称种概念 X_i, X_j 为清晰概念, 若 $X_i \cap X_j \neq \emptyset$ 则称种概念 X_i, X_j 为模糊概念.

由于任何一对具有矛盾否定关系的概念和一对具有对立否定关系的概念, 都是同一个属概念

下的一对种概念, 所以, CDC, ODC, CFC, OFC 分别是同一个属概念下的两个种概念之间的关系. 由上述定义可知, 它们应分别是 $X \times X$ 上的二元关系, 即是 $X \times X$ 的不同的子集. 因此, 对于 CDC, ODC, CFC, OFC 的形式表达, 我们可定义如下.

定义 2 设一个属概念为 $A = \bigcup_{i=1}^n A_i$, A_i 是 A 的种概念. 对于一个 $A_i (i \in \{1, 2, \dots, n\})$, 若存在 A 的种概念 $A_j (\neq A_i)$, $A_k (\neq A_i)$, $A_j \neq A_k$, A_i 与 A_j 具有矛盾否定关系, A_i 与 A_k 具有对立否定关系, 则

(1) 当 A_i, A_j, A_k 为清晰概念时, A_i 与 A_j 的关系记为 CDC, A_i 与 A_k 的关系记为 ODC, 有

$$\begin{aligned} \text{CDC} &= \{(A_i, A_j) \mid A_i \neq A_j, A_i \cap A_j = \emptyset, \\ &\quad A_i \cup A_j = A\} \subset A \times A; \\ \text{ODC} &= \{(A_i, A_k) \mid A_i \neq A_k, A_i \neq A_j, A_j \neq A_k, \\ &\quad A_i \cap A_k = \emptyset, A_i \cup A_k \subseteq A\} \subset A \times A; \end{aligned}$$

(2) 当 A_i, A_j, A_k 是模糊概念时, A_i 与 A_j 的关系记为 CFC, A_i 与 A_k 的关系记为 OFC, 有

$$\begin{aligned} \text{CFC} &= \{(A_i, A_j) \mid A_i \neq A_j, A_i \cap A_j \neq \emptyset, \\ &\quad A_i \cup A_j = A\} \subset A \times A; \\ \text{OFC} &= \{(A_i, A_k) \mid A_i \neq A_k, A_i \neq A_j, A_k \neq A_j, \\ &\quad A_i \cap A_k \neq \emptyset, A_i \cup A_k \subseteq A\} \subset A \times A. \end{aligned}$$

在上述中我们已知, 当对立否定概念是模糊概念时, 对立否定概念之间存在中介概念. 因此, 一对对立否定概念与中介概念的关系 ROM 应是 $(X \times X) \times X$ 的一个子集.

定义 3 设一个属概念 $B = \bigcup_{i=1}^n B_i$, B_i 是 B 的种概念. 若 $B_i, B_j \subseteq B (i \neq j)$ 是具有对立否定关系的模糊概念, 则存在 $B_m \subseteq B (m \neq i, m \neq j)$, 有

$$\begin{aligned} \text{ROM} &= \{((B_i, B_j), B_m) \mid B_i \neq B_j, B_i \cap B_m \neq \emptyset, \\ &\quad B_j \cap B_m \neq \emptyset, B_i \cup B_j \cup B_m \subseteq B\} \subset \\ &\quad (B \times B) \times B. \end{aligned}$$

由以上定义, 容易证明 CDC, ODC, CFC, OFC 和 ROM 具有如下性质:

性质 1 CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM 互不等同;

性质 2 CDC, CFC, ODC, OFC 具有对称性, 不具有自反性、传递性;

性质 3 ROM 不具有对称性, 自反性, 传递性.

2 知识中的矛盾否定和对立否定关系的逻辑与语义描述

2.1 一种逻辑描述

Frege 早在 19 世纪就将取值是真值的一元函项称为概念, 概念间的关系就是逻辑中一元谓词的关系^[12,13]. 因此, 对概念以及概念的不相容关系(矛盾关系, 对立关系)的研究, 应是与之相适应的逻辑理论的研究, 这种逻辑应在语形和语义上能够对它们进行有效的描述和处理.

中介逻辑 ML(Medium Logic)是中国学者创立的一种形式化逻辑理论, 其中, 中介谓词逻辑演算系统 MF 是 ML 的一个子系统. 关于中介逻辑理论, 详见相关文献^[14—16], 本文沿用中介逻辑系统的形式符号.

在 MF 中, 设 P 为一个一元谓词, 对于论域中的任一对象 x , 如果 x 完全具有 P 或 x 完全不具有 P , 则称 P 为清晰的谓词, 我们记为 $\text{dis}P$; 如果存在对象 x , x 部分地具有 P , 部分地不具有 P , 则称 P 为模糊的谓词, 我们记为 $\text{fuz}P$. P 的对立记为 $\neg P$, 所以, $P, \neg P$ 表示一对具有“对立否定”关系的谓词. 在 ML 的核心思想即中介原则认为: 存在这样的谓词 P , 有对象 x , 使得 $P(x)$ 和 $\neg P(x)$ 都部分地真, 这样的 x 称为 P 和 $\neg P$ 的中介对象, x 具有的这种性质记为 $\sim P$, 称 $\sim P$ 为 P 与 $\neg P$ 的中介谓词(或 P 的模糊否定谓词), 所以, $P, \sim P$ 表示一对具有“模糊否定”关系的谓词. 通常在一般逻辑中的否定词 $\neg$, 在中介逻辑系统中作为定义符号引入, 即定义: $\neg P = P \rightarrow \sim P$, 称 $\neg P$ 为 P 的矛盾否定. 所以, P 与 $\neg P$ 表示一对具有“矛盾否定”关系的谓词.

可见, 一个属概念被划分为矛盾概念和对立概念, 反映在中介谓词逻辑理论中, 即是一元谓词被划分为 $\{P, \neg P, \neg P, \sim P\}$ (而反映在数学和一般逻辑中, 一元谓词只被划分为 $\{P, \neg P\}$, 即矛盾谓

词与对立谓词的形式表示未予以区分). 其中, $P, \neg P$ 代表了一对对立概念, $P, \neg P$ 代表了一对矛盾概念, $\sim P$ 代表了有些对立概念间存在的中介概念. 因此, 对于清晰概念和模糊概念中的五种矛盾否定关系与对立否定关系 CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM, 在中介谓词逻辑中即是清晰的一元谓词和模糊的一元谓词中的矛盾否定关系与对立否定关系, 我们可形式表达如下:

$$\begin{aligned}\text{CDC} &= \{(P, \neg P) \mid \text{dis}P\}, \\ \text{ODC} &= \{(P, \neg P) \mid \text{dis}P\}, \\ \text{CFC} &= \{(P, \neg P) \mid \text{fuz}P\}, \\ \text{OFC} &= \{(P, \neg P) \mid \text{fuz}P\}, \\ \text{ROM} &= \{((P, \neg P), \sim P) \mid \text{fuz}P\}.\end{aligned}$$

2.2 一种语义描述

因为概念是一元谓词, 所以概念的数值描述可由逻辑理论中谓词的真值进行反映. 在中介逻辑的理论以及应用研究中, 已建立中介谓词逻辑 MF 的三值语义模型^[17,18]和无穷值语义模型^[19,20]. 我们研究认为, 在 MF 的无穷值语义模型下描述矛盾概念和对立概念以及它们的五种关系是适宜的.

MF 的无穷值模型 $\Phi: \langle D, \mathfrak{R}_\lambda \rangle$, 其中的赋值 $\mathfrak{R}_\lambda$ 定义如下^[19,20]:

定义 4 中介谓词逻辑 MF 中合式公式 A 的一个 λ -赋值 $\mathfrak{R}_\lambda (\lambda \in (0, 1))$, 由个体域 D 和 A 中每一常量符号、函数符号、谓词符号以下列规则给出的指派组成:

- (1) 对每个常量符号, 指定 D 中一对象与之对应;
- (2) 对每个 n 元函数符号, 指定 D^n 到 D 的一个映射与之对应;
- (3) 对每个 n 元谓词符号, 指定 D^n 到 $[0, 1]$ 的一个映射与之对应; 且有

- (i) A 是原子公式, $\mathfrak{R}_\lambda(A)$ 只取 $[0, 1]$ 中的一个值;
- (ii) $\mathfrak{R}_\lambda(A) + \mathfrak{R}_\lambda(\neg A) = 1$;
- (iii) $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) =$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2\lambda-1}{1-\lambda}(\mathfrak{R}_\lambda(A)-\lambda)+1-\lambda, \\ \quad \text{当 } \lambda \in [1/2, 1) \text{ 和 } \mathfrak{R}_\lambda(A) \in (\lambda, 1] \quad (1) \\ \frac{2\lambda-1}{1-\lambda}\mathfrak{R}_\lambda(A)+1-\lambda, \\ \quad \text{当 } \lambda \in [1/2, 1) \text{ 和 } \mathfrak{R}_\lambda(A) \in [0, 1-\lambda) \quad (2) \\ \frac{1-2\lambda}{\lambda}\mathfrak{R}_\lambda(A)+\lambda, \\ \quad \text{当 } \lambda \in (0, 1/2] \text{ 和 } \mathfrak{R}_\lambda(A) \in [0, \lambda) \quad (3) \\ \frac{1-2\lambda}{\lambda}(\mathfrak{R}_\lambda(A)+\lambda-1)+\lambda, \\ \quad \text{当 } \lambda \in (0, 1/2] \text{ 和 } \mathfrak{R}_\lambda(A) \in (1-\lambda, 1] \quad (4) \\ \frac{1}{2}, \\ \quad \text{当 } \mathfrak{R}_\lambda(A) = \frac{1}{2}; \quad (5) \end{array} \right.$$

- (iv) $\mathfrak{R}_\lambda(A \rightarrow B) = \text{Max}(1 - \mathfrak{R}_\lambda(A), \mathfrak{R}_\lambda(B))$;
- (v) $\mathfrak{R}_\lambda(A \vee B) = \text{Max}(\mathfrak{R}_\lambda(A), \mathfrak{R}_\lambda(B))$;
- (vi) $\mathfrak{R}_\lambda(A \wedge B) = \text{Min}(\mathfrak{R}_\lambda(A), \mathfrak{R}_\lambda(B))$;
- (vii) $\mathfrak{R}_\lambda(\forall x P(x)) = \text{Min}_{x \in D} \{\mathfrak{R}_\lambda(P(x))\}$;
- $\mathfrak{R}_\lambda(\exists x P(x)) = \text{Max}_{x \in D} \{\mathfrak{R}_\lambda(P(x))\}$.

定义4中(3)的主要涵义如下:公式的真值域为 $[0, 1]$, λ 的值域 $(0, 1)$ 分段成 $(0, 1/2]$ 和 $[1/2, 1)$. 由于 λ 是可变的, 所以, 原子公式 A 的真值 $\mathfrak{R}_\lambda(A)$ 在 $[0, 1]$ 中的取值存在以下情形:

- (i) 当 $\lambda \in [1/2, 1)$ 时, $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in (\lambda, 1]$ (此时, $\mathfrak{R}_\lambda(\neg A) \in [0, 1-\lambda)$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) \in [1-\lambda, \lambda]$), 否则, $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in [0, 1-\lambda)$ (此时 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg A) \in (\lambda, 1]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) \in [1-\lambda, \lambda]$).
- (ii) 当 $\lambda \in (0, 1/2]$ 时, $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in [0, \lambda)$ (此时 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg A) \in (1-\lambda, 1]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) \in [\lambda, 1-\lambda]$), 否则, $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in (1-\lambda, 1]$ (此时 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg A) \in [0, \lambda)$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) \in [\lambda, 1-\lambda]$).

对于(i), 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in (\lambda, 1]$, 根据一维空间中任何两个不相交区间中的点存在一一对应关系的原理, $\mathfrak{R}_\lambda(A)$ 与公式 $\sim A$ 的真值 $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A) \in [1-\lambda, \lambda]$ 具有关系式(1). 同理, 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(A) \in [0, 1-\lambda)$, 则 $\mathfrak{R}_\lambda(\sim A)$ 与 $\mathfrak{R}_\lambda(A)$ 具有关系式(2). 类似地, 对于(ii), 我们可得到关系式(3)和(4).

由 Φ , 我们可进一步对概念(一元谓词)的真值及关系研究如下.

定义5 设 P 为中介谓词逻辑MF中的一个一元谓词. 在无穷值解释 Φ 下, $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))=1$ 即称 $P(x)$ 为真, 当且仅当, 个体域 D 中的任一对象 x 完全具有 P ; $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))=0$ 即称 $P(x)$ 为假, 当且仅当, 个体域中的任一对象 x 完全不具有 P ; $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (0, 1)$ 即称 $P(x)$ 部分真, 当且仅当, 个体域中有对象 x 部分地具有 P .

可见, $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))$ 代表了对象 x 具有 P 的程度. 由此, 我们再根据定义4以及中介逻辑关于清晰谓词和模糊谓词的定义, 可得如下结论:

(1) 当 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))=1$ 或 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))=0$ 时, P 是清晰的一元谓词;

(2) 当 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (0, 1)$ 时, P 是模糊的一元谓词; 特别地, 当 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \equiv 1/2$ 时, P 是谓词常元.

对于任意的一元谓词 P , 定义4不仅确定了 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, 1]$ 以及 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))$ 、 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x))$ 和 $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))$ 三者之间的关系, 实际上它还给出了对公式的真值域 $[0, 1]$ 的一个划分 δ , δ 将 $[0, 1]$ 划分成三个互不相交的子区间. 在 δ 划分下, 由上述(i)与(ii), $\mathfrak{R}_\lambda(P(x))$, $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x))$ 和 $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))$ 的取值与这些 $[0, 1]$ 的子区间的关系有:

情况(1) 当 $\lambda \geq 1/2$ 时, $\delta: \{[0, 1-\lambda), [1-\lambda, \lambda], (\lambda, 1]\}$. 在 δ 划分下, $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (\lambda, 1]$ 或者 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, 1-\lambda)$. 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (\lambda, 1]$, 由定义4, 则 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = 1 - \mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, 1-\lambda)$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x)) \in [1-\lambda, \lambda]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = \text{Max}\{\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)), \mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))\} = \mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))$ (因在中介逻辑中 $\neg P$ 被定义为 $P \rightarrow \sim P$); 同理, 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, 1-\lambda)$ 则 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = 1 - \mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (\lambda, 1]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x)) \in [1-\lambda, \lambda]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = \text{Max}\{\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)), \mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))\} = \mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x))$.

情况(2) 当 $\lambda \leq 1/2$ 时, $\delta: \{[0, \lambda), [\lambda, 1-\lambda], (1-\lambda, 1]\}$. 在 δ 划分下, $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, \lambda)$ 或者 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (1-\lambda, 1]$. 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, \lambda)$, 由定义4, 则 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = 1 - \mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (1-\lambda, 1]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x)) \in [\lambda, 1-\lambda]$, $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = \text{Max}\{\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)), \mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x))\} = \mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x))$; 如果 $\mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in (1-\lambda, 1]$, 则 $\mathfrak{R}_\lambda(\neg P(x)) = 1 - \mathfrak{R}_\lambda(P(x)) \in [0, \lambda)$, $\mathfrak{R}_\lambda(\sim P(x)) \in [\lambda, 1-\lambda]$,

$$\mathfrak{N}(\sim P(x)) = \text{Max}\{\mathfrak{N}(\neg P(x)), \mathfrak{N}(\sim P(x))\} = \mathfrak{N}(\sim P(x)).$$

对于 δ 划分与情形(1), (2)的含义, 我们可用

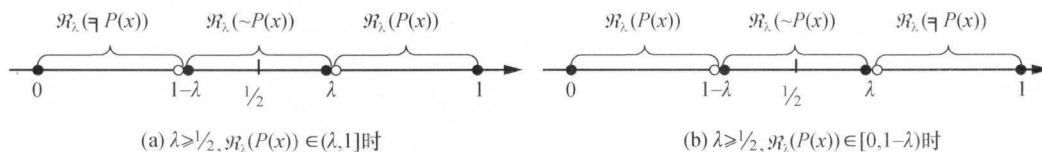


图 7 情形(1): $\mathfrak{N}_\lambda(P(x)), \mathfrak{N}_\lambda(\neg P(x)), \mathfrak{N}_\lambda(\sim P(x))$ 在 $[0, 1]$ 中的关系

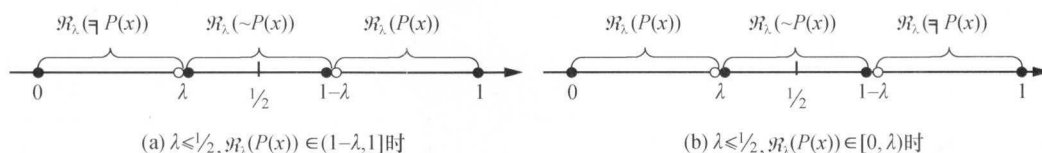


图 8 情形(2): $\mathfrak{N}_\lambda(P(x)), \mathfrak{N}_\lambda(\neg P(x)), \mathfrak{N}_\lambda(\sim P(x))$ 在 $[0, 1]$ 中的关系

2.3 知识中的矛盾否定与对立否定关系的可处理条件

情况(1)与(2)表明一元谓词的真值域 $[0, 1]$ 被 δ 划分成的子区间的端点均与 λ 相关, 且 $\lambda \in (0, 1)$ 是可变的, 所以 λ 的大小及变化, 决定了一元谓词的真值 $\mathfrak{N}(P(x))$ 、 $\mathfrak{N}(\neg P(x))$ 和 $\mathfrak{N}(\sim P(x))$ 取值范围的大小与变化. 因此, 一元谓词的矛盾关系与对立关系 CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM 的真值描述也与 λ 的大小及变化相关. 对此, 我们有结果如下:

(1) 当 $\lambda = 1/2$ 时, 由情况(1)和(2), ξ 将真值域 $[0, 1]$ 划分为 $[0, 1/2]$, $1/2$, $[1/2, 1]$, 并且由定义 4, 有 $\mathfrak{N}(\sim P(x)) = 1/2$. 所以, 对于划分 ξ , $\mathfrak{N}(P(x)) \in [0, 1/2] \cup [1/2, 1]$, $\mathfrak{N}(\neg P(x)) \in [0, 1/2] \cup [1/2, 1]$. 因此, 根据定义 5 中(1)与(2), 表明 P 与 $\neg P$ 既可为清晰的一元谓词也可为模糊的一元谓词. 此时有以下两种情形:

(i) 如果 $\mathfrak{N}(P(x)) = 1$ 或 $\mathfrak{N}(P(x)) = 0$, 由 (I), 则 P 和 $\neg P$ 为清晰的一元谓词. 此情形恰好能够描述清晰概念中的对立否定关系. 具体说, 在中介谓词逻辑的无穷值模型 Φ 中, 当 $\lambda = 1/2$ 并且 $\mathfrak{N}(P(x)) = 1$ (或 $\mathfrak{N}(P(x)) = 0$) 时, 我们可以描述、处理清晰概念中的对立否定关系 ODC.

(ii) 如果 $\mathfrak{N}(P(x)) \neq 1$ 且 $\mathfrak{N}(P(x)) \neq 0$, 则

如下图 7, 图 8 解释(图中符号“ $\bullet$ ”, “ $\circ$ ” 分别表示闭区间和开区间的一个端点).

由定义 5, P 和 $\neg P$ 为模糊的一元谓词. 此时, 如果 $\mathfrak{N}(P(x)) \in [0, 1/2]$, 由定义 4, 即有 $\mathfrak{N}(\neg P(x)) \in [1/2, 1]$, 又由于 $\sim P$ 为谓词常元, 即 $\mathfrak{N}(\sim P(x)) = 1/2$, 所以, $\mathfrak{N}(\neg P) = \text{Max}(\mathfrak{N}(\neg P), \mathfrak{N}(\sim P)) = \mathfrak{N}(\neg P)$. 此情形恰好能够描述模糊概念中的矛盾否定关系. 具体说, 在中介谓词逻辑的无穷值模型 Φ 中, 当 $\lambda = 1/2$ 并且 $\mathfrak{N}(P(x)) \in (0, 1/2)$ 时, 我们可以描述、处理模糊概念中的矛盾否定关系 CFC.

(2) 当 $\mathfrak{N}(P(x)) = 1$ 或 $\mathfrak{N}(P(x)) = 0$ 时, 据定义 4, 即有 $\mathfrak{N}(\neg P(x)) = 0$ 或 $\mathfrak{N}(\neg P(x)) = 1$, 由定义 5, 则 P 与 $\neg P$ 都是清晰谓词, 并且 $\mathfrak{N}(P(x))$ 与 $\mathfrak{N}(\neg P(x))$ 非此即彼, 体现了二值逻辑的特征. 因此, 此情形(如同二值逻辑)可以描述清晰概念中的矛盾否定关系. 具体说, 在中介谓词逻辑的无穷值模型 Φ 中, 只要当 $\mathfrak{N}(P(x)) = 1$ 或 $\mathfrak{N}(P(x)) = 0$ 时, 我们可以描述、处理清晰概念中的矛盾否定关系 CDC. 由此亦表明, 在概念的描述能力上, 中介谓词逻辑 MF 与其无穷值模型 Φ 已涵盖了二值逻辑.

(3) 除(1)与(2)外, 即当 $\lambda \neq 1/2$ 且 $0 < \mathfrak{N}(P(x)) < 1$ 时, 由情况(1), (2)和定义 4, 我们不仅有 $\mathfrak{N}(P(x)), \mathfrak{N}(\neg P(x)) \in (0, 1)$, $\mathfrak{N}(\sim P(x)) \in [1-\lambda, \lambda]$ 或 $\mathfrak{N}(\sim P(x)) \in [\lambda, 1-\lambda]$, 而且有 $\mathfrak{N}(\neg P(x)) < \mathfrak{N}(\sim P(x)) <$

$\mathfrak{N}(P(x))$, 或者 $\mathfrak{N}(P(x)) < \mathfrak{N}(\sim P(x)) < \mathfrak{N}(\neg P(x))$. 因此, 根据定义 5, 表明 P , $\neg P$ 和 $\sim P$ 都是模糊的一元谓词, 而且, 此情形恰好能够反映模糊概念中的对立否定关系以及对立概念与中介概念之间的关系. 具体说, 在中介谓词逻辑的无穷值模型 Φ 中, 当 $\lambda \neq 1/2$ 且 $0 < \mathfrak{N}(P(x)) < 1$ 时, 我们可以描述、处理模糊概念中的对立否定关系 OFC 以及对立概念与中介概念之间的关系 ROM.

3 数学和逻辑理论的不足

5 种矛盾否定与对立否定关系 CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM 作为知识中的不同否定关系, 要求处理知识、尤其是常识知识和不规范知识的理论和方法应能够完整地反映这些关系. 为此, 我们对现有数学和逻辑理论进行分析考察如下.

对于经典数学和经典逻辑^[21], 由于不能处理模糊性的对象, 并且在其形式语言中一元谓词只被划分为 $\{P, \neg P\}$, 即矛盾概念和对立概念这两种不同的一元谓词都只能以 $P, \neg P$ (P 的否定) 形式表达, 所以, 对于一元谓词的不相容关系 $(P, \neg P)$, $(P, \neg P)$ 既代表一元谓词的矛盾否定关系, 也代表了一元谓词的对立否定关系, 由此, 表明了经典数学和逻辑在概念基础上没有区分对立概念与矛盾概念. 所以, 它们既不能对模糊概念予以处理, 也不能对矛盾否定与对立否定关系进行区分. 因而它们只能描述清晰概念的矛盾否定关系 CDC, 不能描述概念的对立否定关系 ODC, 更不能反映模糊概念中的关系 CFC, OFC 和 ROM. 例如, 表达和处理常识知识:

- ① “衣服是白色的”, ② “衣服不是白色的”,
③ “衣服是黑色的”

在经典逻辑中可形式表达如下:

- $W(x)$: “衣服是白色的”
 $\neg W(x)$: “衣服不是白色的”
 $B(x)$: “衣服是黑色的”

显然, W (白色的), $\neg W$ (非白色的), B (黑色的) 都是清晰谓词. 并且, ②与①具有矛盾否定关系 $(W(x), \neg W(x)) \in \text{CDC}$, ③与①具有对立否定

关系 $(W(x), B(x)) \in \text{ODC}$. 但由于经典逻辑将对立概念与矛盾概念等同, 即 ③ = ②, 所以 $(W(x), \neg W(x)) = (W(x), B(x))$. 从而表明, 将常识知识中的对立否定关系的处理当做矛盾否定关系处理, 没有区别、以及反映出这些常识知识中存在的对立否定关系 $(W(x), B(x))$. 因此, 经典数学与逻辑非此即彼地处理常识中的不相容关系, 扩大了常识知识的矛盾范畴, 因而运用它们判定、处理常识中的不相容关系必然存在困难.

模糊集与模糊逻辑理论虽然扩充了经典数学处理对象的范围, 模糊集不再具有“非此即彼”的特点, 但是, 它们在概念基础上仍然没有区分矛盾概念和对立概念, 矛盾概念双方和对立概念双方在其形式语言中都仍以 $P, \neg P$ (P 的否定) 形式表达. 因此, 它们不能描述处理概念间的对立否定关系 ODC, OFC 和 ROM. 例如: 表达和处理常识知识:

- ① “白昼”, ② “非白昼”,
③ “黑夜”, ④ “黄昏”

在模糊集与模糊逻辑中可形式表达如下:

- A : “白昼”
 $\neg A$: “非白昼”
 B : “黑夜”
 C : “黄昏”

显然, $A, \neg A, B, C$ 都是模糊谓词. ①与②是矛盾概念, 具有矛盾否定关系 $(A, \neg A) \in \text{CFC}$; ①与③是对立概念, 具有对立否定关系 $(A, B) \in \text{OFC}$; ④是①与③之间的中介模糊概念, 它们之间具有对立概念与中介概念的关系 $((A, B), C) \in \text{ROM}$. 但是, 由于模糊集与模糊逻辑在概念上没有区分对立概念和矛盾概念, 因而, 对这些常识知识的形式描述在其语形理论中只能够确定并处理矛盾否定关系 $(A, \neg A)$, 不能区别、以及处理对立否定关系 (A, B) , 更不能确定并处理对立的模糊概念与中介概念的关系 $((A, B), C)$. 从而表明, 模糊集与模糊逻辑理论用来处理模糊性知识是不足的.

其他的非经典逻辑, 如模态、多值、归纳、时态、超协调逻辑以及非单调推理等^[21, 22], 对它们的概念基础和语形理论进行分析研究, 不难看出, 它

们在概念基础上仍未对矛盾概念与对立概念进行区分。因而，它们同样不具有处理概念的对立否定关系 ODC、OFC 以及处理 ROM 的能力。

我们认为，现今数学和逻辑理论之所以不能完整地处理不相容知识中的矛盾否定和对立否定关系 CDC、CFC、ODC、OFC 和 ROM，一个根本原因是，它们在概念基础上都没有区分矛盾概念与对立概念，反映在它们的形式语言中一元谓词（即概念）只被划分为 $\{P, \neg P\}$ ，因而在知识处理中，知识中不相容关系的处理只能作为矛盾关系处理，不能描述处理概念的对立关系及其规律。

4 主要结论

(1) 关于知识中的否定的认识与研究，我们提出知识中的否定关系应当区分为矛盾否定关系和对立否定关系。基于此认识，从概念层面上确立了清晰知识和模糊知识中存在的 5 种矛盾否定关系与对立否定关系 (CDC, CFC, ODC, OFC 和 ROM) 及其形式定义，发现了对立概念中存在一个规律：如果一对具有对立否定关系的概念是模糊概念，则在它们之间必然存在中介的（新）模糊概念；反之，如果一对具有对立否定关系的概念之间存在中介的模糊概念，则这对对立概念必是模糊概念。

(2) 由于概念即为逻辑中的一元谓词，所以，我们运用中介谓词逻辑 MF 与其无穷值模型 Φ 对知识中的 5 种矛盾否定关系与对立否定关系进行研究，给出了在 MF 和 Φ 下 5 种矛盾否定关系与对立否定关系的处理条件，并讨论分析了现今数学与逻辑理论在描述与处理五种矛盾关系和对立关系的不足及原因。从而表明研究处理知识中的矛盾否定和对立否定，中介谓词逻辑 MF 与其无穷值模型 Φ 理论是适宜的。

致谢 感谢审稿人对本文的仔细审阅及提出的宝贵意见。

参 考 文 献

- Wagner G. A database needs two kinds of negation. In: Lecture Notes in Computer Science, Volume 495. Heidelberg: Springer, 1991, 357—371
- Wagner G. Vivid logic: Knowledge-based reasoning with two kinds of negation. In: Lecture Notes in Computer Science, Volume 764. Heidelberg: Springer, 1994, 148—163
- Herre H, Jaspars J, Wagner G. Partial logics with two kinds of negation as a foundation for knowledge-based reasoning. In: Gabbay D, Wansing H, editors, What Is Negation? Oxford: Oxford University Press, 1999, 121—159
- Wagner G. Web rules need two kinds of negation. In: Lecture Notes in Computer Science, Volume 2901. Heidelberg: Springer, 2003, 33—50
- Analyti A, Antoniou G, Damasio CV, et al. Negation and negative information in the W3C resource description framework. Annals of Mathematics, Computing & Teleinformatics, 2004, 1(2): 25—34
- Alferes JJ, Pereira LM. On logic program semantics with two kinds of negation. In: Apt K, et al. editors, Proceedings of the Joint International Conference and Symposium on Logic Programming, Washington, 1992. Cambridge: MIT Press, 1992, 574—588
- Kaneiwa K. Negations in description logic—contraries, contradictories, and subcontraries. In: Dau F, Mugnier ML, Stumme G, editors, Proceedings of 13th International Conference on Conceptual Structures, Kassel, Germany, 2005. Kassel: Kassel University Press, 2005, 66—79
- Ferré S. Negation, Opposition, and possibility in logical concept analysis. In: Lecture Notes in Computer Science, Volume 3874. Heidelberg: Springer, 2006, 130—145
- Pan ZH, Zhu WJ. A new cognition and processing on contradictory knowledge. In: Proceedings of IEEE-International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Dalian, China, 2006. Washington: IEEE-Computer Society Press, VOLS 1-7, 2006, 1532—1537
- Pan ZH. Five kinds of contradictory relations and opposite relations in inconsistent knowledge. In: Proceedings of IEEE-Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, Hainan, China, 2007. Washington: IEEE-Computer Society Press, 2007, 4, 761—764
- Pan ZH. Differentiation and processing on contradictory relation and opposite relation in knowledge. In: Proceedings of IEEE-the 3rd International Conference on Natural Computation, Hainan, China, 2007. Washington: IEEE-Computer Society Press, 2007, 4, 334—338
- 张家龙. 数理逻辑发展史—从莱布尼茨到哥德尔. 北京: 科学文献出版社, 1993, 115—117
- 宋文坚. 西方形式逻辑史. 北京: 中国社会科学出版社, 1991, 13—105
- 朱梧槨, 肖奚安. 中介逻辑命题演算系统 (I). 自然杂志, 1985, 8(4): 315—317
- 肖奚安, 朱梧槨. 中介逻辑谓词演算系统 (I). 自然杂志, 1985, 8(7): 540—543

- 16 Zhu WJ, Xiao XA. On the mathematical models of medium mathematical system MM*. Journal of Mathematics Research & Exposition, 1988, 1: 139—151
- 17 Pan ZH. Construction of a model of medium logical calculus system (ML). In: Proceedings of Workshop on Knowledge-Based Systems and Models of Logical Reasoning. Cairo, 1988. Cairo: Cairo University Press, 1988. 167—175
- 18 李 祥, 李广元. 中介逻辑的特征问题. 科学通报, 1988, 33(22): 1686—1689
- 19 Pan ZH, Zhu WJ. A finite and infinite-valued model of the medium proposition logic. In: Proceedings of the Second Asian Workshop on Foundations of Software. Nanjing, 2003. Nanjing: Southeast University Press, 2003. 103—106
- 20 Pan ZH, Zhu WJ. An interpretation of infinite valued for medium proposition logic. In: Proceedings of IEEE-Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Shanghai, 2004. Washington: IEEE-Computer Society Press, 2004. 2495—2499
- 21 Flach PA. A Companion to Philosophical Logic: Modern Logic and Its Role in the Study of Knowledge. Boston: Blackwell Publishers, 2002. 680—693
- 22 Buss S, Kechris AS, et al. The prospects for mathematical logic in the twenty first centuries. The Bulletin of Symbolic Logic, 2001, 7(2): 169—196

欢迎订阅 2009 年度《中国科学基金》(中英文版)

《中国科学基金》(双月刊)、《Science Foundation in China》(半年刊)是国家自然科学基金委员会的委刊,是以基础研究和应用基础研究为背景的综合指导性期刊,主要报道和介绍国家自然科学基金委员会出台的各种重要的政策和文件通告,每年公布“优先资助领域”;介绍国家自然科学基金各类资助项目的研究进展和优秀成果;科学基金管理的研讨和重要信息,每年公布重大、重点科学基金项目批准情况、重点优秀项目的结题情况等。《中国科学基金》中英文期刊是对外展示科学基金工作一个窗口,为科学家提供信息,为研究和决策部门提供参考。

主要栏目

学科进展与展望 刊登各学科领域最新进展;报道和评述科学重大战略问题和国内、外重要科学成就。

成果介绍 及时报道国家自然科学基金资助项目取得的优秀成果。

基金纵横 探讨基础研究和科学基金管理工作中若干问题及建议等。

科学论坛 基础研究学科发展规划及科学管理的战略讨论。

资料与信息 国家自然科学基金委员会发布的各种文告、资料及信息等。

订阅价格: 中国科学基金: 90.00 元; Science Foundation in China: 50.00 元

联系方式

联系电话: 010-62327204; **传真:** 010-62326921; **邮编:** 100085

通信地址: 北京海淀区双清路 83 号 国家自然科学基金委员会科学基金杂志社

联系人: 刘俐 程宇

E-mail: chengyu@nsfc.gov.cn

银行户名: 国家自然科学基金委员会科学基金杂志社

开户银行: 中国工商银行北京北太平庄支行 **帐号:** 0200010009200062483

订阅截止日 为 2009 年 1 月 20 日